

"Todo problema profana un misterio; a su vez, todo problema es profanado por la solución." -Cioran.

MARATÓN OLÍMPICA

¡Quédate en casa y prepárate para las Olimpiadas!

SOLUCIONARIO DEL RETO 1.

1. Carlos tiene una bolsa con 30 caramelos y quiere separarlos en grupos de igual tamaño. ¿De cuántas formas puede hacerlo?

Solución: Buscamos las parejas de número naturales cuyo producto es 30 :

$$1 \times 30 = 30$$

$$2 \times 15 = 30$$

$$3 \times 10 = 30$$

$$5 \times 6 = 30$$

Por lo tanto, Carlos tiene 8 formas de separar sus caramelos, esto es:

- una bolsa con 30 caramelos
- 30 bolsas con 1 caramelo cada una.
- 2 bolsas con 15 caramelos cada una.
- 15 bolsas con 2 caramelos cada una.
- 3 bolsas con 10 caramelos cada una.
- 10 bolsas con 3 caramelos cada una.
- 5 bolsas con 6 caramelos cada una.
- 6 bolsas con 5 caramelos cada una.

2. Juana le dice a su amiga que ellas viven en la misma cuadra, su amiga quería saber el número de la casa de Juana, a lo que ella responde:

"el número de mi casa es el número más grande que es múltiplo del 7 y que a su vez es un divisor del 56."

¿Cuál es el número de la casa de Juana?

Solución: El número de la casa de Juana es el 56, pues $56 = 7 \times 8$ es múltiplo de 7 y 56 es divisor de sí mismo (todo número es divisor de sí mismo).

3. Javier le pregunta a su abuelo cuántos años tiene, a lo que él responde: no te lo diré pero te daré las siguientes pistas:

- (I) Tengo menos de 80 años y más de 60.
- (II) Mi edad no es múltiplo de dos.
- (III) El año pasado mi edad era múltiplo de 7.

¿Cuántos años tiene el abuelo de Javier?

Solución: De las dos primeras condiciones se tiene que la edad del abuelo es un número impar entre 60 y 80, los listamos:

61, 63, 65, 67, 69, **71**, 73, 75, 77, 79.


Ahora, por la tercera condición el número debe ser un múltiplo de 7 más uno, por lo tanto la edad del abuelo es **71**.



Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316; 6450301.

 Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.



4. Charles y Sam están dando vueltas a una pista de patinaje. Charles da una vuelta cada 3 minutos y Sam da una vuelta cada 4 minutos. Si ambos partieron al mismo tiempo y en la misma dirección, ¿cuánto tiempo debe pasar antes que se encuentren de nuevo en el punto de partida?

Solución: Hallamos el mínimo común múltiplo entre 3 y 4:

$$M_3 = \{3, 6, 9, \mathbf{12}, 15, \dots\},$$

$$M_4 = \{4, 8, \mathbf{12}, 16, \dots\},$$

Como el mínimo común múltiplo entre 3 y 4 es 12, esto indica que cada 12 minutos Charles y Sam se encuentran en el punto de partida, así que deben pasar 12 minutos para que se encuentren de nuevo en el punto de partida.

5. ¿Cuántos números entre 1 y 100 son múltiplos de 2?

Solución: Note que los múltiplos de 2 aparecen cada dos números, por lo tanto entre 1 y 100 la mitad son múltiplos de 2, es decir $100 \div 2 = 50$.

6. ¿Cuántos números mayores o iguales que 1 y menores o iguales que 100 son múltiplos de 2 y 5 a la vez?

Solución: Note que los múltiplos comunes de 2 y 5, son los múltiplos de 10; y entre 1 y 100 (incluyendo el 100) hay 10 múltiplos de 10, estos son: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100.

7. Víctor y Jhonatan se encuentran en un restaurante. El mesero nota que Víctor visita el restaurante cada 10 días, y Jhonatan lo hace cada 15 días. ¿Cuándo se vuelven a encontrar Jhonatan y Víctor? ¿Si se encuentran un lunes, que día de la semana será el próximo día que se encuentren?

Solución: Dado que el mínimo común múltiplo entre 10 y 15 es 30, entonces Víctor y Jhonatan se encuentran en el restaurante cada 30 días. Si se encuentran un lunes, la próxima vez que se encuentren será un miércoles.

8. Pedro pensó en un número y le dijo a Pablo: Si lo divides entre 2 no sobra, si lo divides entre 7 sobran dos, si lo divides entre 5 sobra 1 y el número es menor que 50. ¿Cuál fue el número que pensó Pedro?

Solución: Dado que al dividir el número entre 2 no sobra, el número es múltiplo de 2 (es par), listamos los pares menores que 50 :

$$\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \mathbf{16}, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48\}.$$

Al dividir el número entre 7 sobran 2 entonces el número es múltiplo de 7, más 2, listamos estos números menores que 50:

$$\{9, \mathbf{16}, 23, 30, 37, 44\}.$$

Además, si se divide el número entre 5 el residuo es 1, por lo tanto es un múltiplo de 5 más 1, listamos estos números menores que 50 :

$$\{6, 11, \mathbf{16}, 21, 26, 31, 36, 41, 46\}.$$

Finalmente, el número debe cumplir las tres condiciones, entonces el número debe estar en las tres listas, este número es el **16**.


9. Las edades de Carlos y Sandra son 35 y 42 años respectivamente y las edades de sus hijos: Jairo, Camilo, Daniel, Juan y José son 21, 18, 15, 5 y 3 años respectivamente. ¿Cuáles son los hijos cuya edad tiene divisores comunes, diferentes de 1, con la edad de ambos padres?



Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316; 6450301.

 Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.



Solución: Los divisores de cada una de las edades son:

$$D_{35} = \{1, 5, 7, 35\},$$

$$D_{42} = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\},$$

$$D_{21} = \{1, 3, 7, 21\},$$

$$D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\},$$

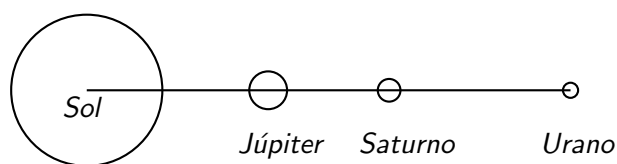
$$D_{15} = \{1, 3, 5, 15\},$$

$$D_5 = \{1, 5\},$$

$$D_3 = \{1, 3\}.$$

Por lo tanto el único hijo cuya edad tiene divisores comunes (diferentes de 1,) con las edades de sus dos padres es Jairo.

10. El periodo de traslación de un planeta es el tiempo que este demora en dar una vuelta completa alrededor del Sol. Si los periodos de traslación de Júpiter, Saturno y Urano son 12, 30 y 84 años respectivamente, ¿cuántas vueltas debe dar Saturno hasta la próxima vez que los tres planetas vuelvan a estar alineados como muestra la figura?




Solución: Para calcular los años en que los tres planetas se alinean basta con calcular el mínimo común múltiplo entre los años que se demora en hacer la traslación cada planeta, el cual es 420 años. De esta manera, Saturno habrá dado $\frac{420}{30} = 14$ vueltas en ese tiempo.



Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316; 6450301.

 **Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.**

