



Universidad Industrial de Santander  
Escuela de Matemáticas  
IX Olimpiadas Regionales de Matemáticas - Primaria  
**NIVEL MEDIO: GRADO CUARTO.**



“Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero hay una pizca de descubrimiento en la solución de cualquier problema. Tu problema puede ser modesto, pero si es un reto a tu curiosidad y trae a juego tus facultades inventivas, y si lo resuelves por tus propios métodos, puedes experimentar la tensión y disfrutar del triunfo del descubrimiento” - Pólya.

## MARATÓN OLÍMPICA

### RETO 1.

*¡Quédate en casa y prepárate para las Olimpiadas!*

#### Estimados entrenadores:

La “Maratón Olímpica” hace parte del material de apoyo que ofrece el Equipo de Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS, con el fin de promover la preparación de los estudiantes en la resolución de problemas olímpicos. Sugerimos que difundan este material con sus colegas y estudiantes, a través de las diferentes plataformas digitales o cualquier otro medio que ustedes consideren conveniente. Así mismo, recomendamos incentivar a sus estudiantes en la resolución de estos problemas y la socialización de sus soluciones, promoviendo la creatividad y la búsqueda de métodos alternativos de solución que se destaquen por su sencillez, ingenio y belleza matemática. *Se recomienda que los niños estén acompañados de sus padres o de una persona que pueda orientarlos en la lectura y comprensión de las instrucciones de este taller.*

#### Apreciado estudiante:

A continuación encontrará un breve resumen de la teoría necesaria para resolver este reto, algunos ejemplos y los problemas propuestos para el nivel Medio. Tenga en cuenta que estos problemas están dirigidos, principalmente, a estudiantes de grado cuarto. A quienes estén iniciando su preparación, sugerimos que intenten resolver los problemas de niveles anteriores. También los invitamos a que compartan sus soluciones a través de las redes sociales o con sus compañeros y profesores, con el fin de buscar las soluciones más creativas, sencillas e ingeniosas y si lo desean también las pueden compartir en nuestra página de facebook: Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

## MÚLTIPLOS Y DIVISORES

### Múltiplos

Los múltiplos de un número natural, son todos aquellos números que se obtienen al multiplicar el número por otro número natural.

Por ejemplo, algunos múltiplos de 3 son:

$$M_3 = \{0, 3, 6, 9, 12, \dots\}$$

los cuales se obtienen de la siguiente manera

	0	1	2	3	4	5	6	...
×3	0	3	6	9	12	15	18	...

¿Cuántos múltiplos tiene el número 3?



#### Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316; 6450301.

Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.



## Divisores

Un número  $b$  es un **divisor** de  $a$  si la división de  $a$  entre  $b$  es exacta.

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ 0 & c \end{array}$$

Por ejemplo, **3** es un divisor de **12**, pues la siguiente división es exacta

$$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ 0 & 4 \end{array}$$

Note que los divisores del 12 son:

$$D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}.$$

¿Cómo los encuentras?

## Ejemplos

1. Los primeros cinco múltiplos de 4 son: **0, 4, 8, 12, 16, ...** ¿puedes hallar los siguientes cinco?
2. ¿Cuántos divisores tiene el número 7?  
*Los únicos divisores de 7 son 1 y el mismo 7, pues son la única pareja de números naturales cuyo producto es  $1 \times 7 = 7$ .*
3. ¿Cuántos divisores tiene el número 18?  
*18 tiene 6 divisores, estos son:  $D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ , para hallarlos buscamos todas las parejas de números naturales cuyo producto sea 18 :*

$$1 \times 18 = 18,$$

$$2 \times 9 = 18,$$

$$3 \times 6 = 18.$$

Existen dos conceptos relacionados con los múltiplos y los divisores, los cuales definimos a continuación.

### Mínimo Común Múltiplo

El *mínimo común múltiplo (mcm)* de dos números, es el menor número, mayor que cero, que es múltiplo de los dos números.

*Por ejemplo, si queremos calcular el mínimo común múltiplo de los número 5 y 6, el cual denotamos por  $mcm(5, 6)$ , construimos las listas de los múltiplos de 5 y 6 que son mayores que cero:*

$$M_5 = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots\},$$

$$M_6 = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, \dots\}.$$

*Luego hemos encontrado que el menor múltiplo, diferente de cero, que aparece en ambas listas es el 30, es decir,*

$$mcm(5, 6) = 30.$$

### Máximo Común Divisor

El *máximo común divisor (mcd)* de dos números, es el mayor número que divide a cada uno de los dos números.

*Ahora queremos encontrar el máximo común divisor entre los número 12 y 18, el cual denotamos por  $mcd(12, 18)$ , para ello construimos las listas de los divisores de 12 y 18.*

$$D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\},$$

$$D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}.$$

*Así, el mayor divisor que aparece en ambas listas es el 6, es decir,*


$$mcd(12, 18) = 6.$$



#### Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

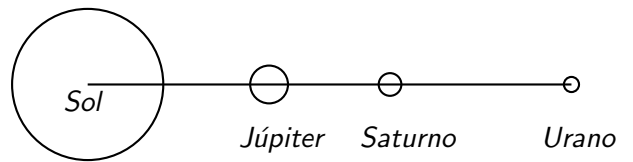
Tel.: 6344000 ext. 2316; 6450301.

 Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.




# EJERCICIOS

1. Carlos tiene una bolsa con 30 caramelos y quiere separarlos en grupos de igual tamaño. ¿De cuántas formas puede hacerlo?
2. Juana le dice a su amiga que ellas viven en la misma cuadra, su amiga quería saber el número de la casa de Juana, a lo que ella responde:  
*"el número de mi casa es el número más grande que es múltiplo del 7 y que a su vez es un divisor del 56."*  
¿Cuál es el número de la casa de Juana?
3. Javier le pregunta a su abuelo cuántos años tiene, a lo que él responde: no te lo diré pero te daré las siguientes pistas:  
(I) Tengo menos de 80 años y más de 60.  
(II) Mi edad no es múltiplo de dos.  
(III) El año pasado mi edad era múltiplo de 7.  
¿Cuántos años tiene el abuelo de Javier?
4. Charles y Sam están dando vueltas a una pista de patinaje. Charles da una vuelta cada 3 minutos y Sam da una vuelta cada 4 minutos. Si ambos partieron al mismo tiempo y en la misma dirección, ¿cuánto tiempo debe pasar antes que se encuentren de nuevo en el punto de partida?
5. ¿Cuántos números entre 1 y 100 son múltiplos de 2?
6. ¿Cuántos números mayores o iguales que 1 y menores o iguales que 100 son múltiplos de 2 y 5 a la vez?
7. Víctor y Jhonatan se encuentran en un restaurante. El mesero nota que Víctor visita el restaurante cada 10 días, y Jhonatan lo hace cada 15 días. ¿Cuándo se vuelven a encontrar Jhonatan y Víctor? ¿Si se encuentran un lunes, que día de la semana será el próximo día que se encuentren?
8. Pedro pensó en un número y le dijo a Pablo: Si lo divides entre 2 no sobra, si lo divides entre 7 sobran dos, si lo divides entre 5 sobra 1 y el número es menor que 50. ¿Cuál fue el número que pensó Pedro?
9. Las edades de Carlos y Sandra son 35 y 42 años respectivamente y las edades de sus hijos: Jairo, Camilo, Daniel, Juan y José son 21, 18, 15, 5 y 3 años respectivamente. ¿Cuáles son los hijos cuya edad tiene divisores comunes, diferentes de 1, con la edad de ambos padres?
10. El periodo de traslación de un planeta es el tiempo que este demora en dar una vuelta completa alrededor del Sol. Si los periodos de traslación de Júpiter, Saturno y Urano son 12, 30 y 84 años respectivamente, ¿cuántas vueltas debe dar Saturno hasta la próxima vez que los tres planetas vuelvan a estar alineados como muestra la figura?



## Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co  
Tel.: 6344000 ext. 2316; 6450301.

 **Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.**

