



“Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero hay una pizca de descubrimiento en la solución de cualquier problema. Tu problema puede ser modesto, pero si es un reto a tu curiosidad y trae a juego tus facultades inventivas, y si lo resuelves por tus propios métodos, puedes experimentar la tensión y disfrutar del triunfo del descubrimiento” - Pólya.

## MARATÓN OLÍMPICA

### RETO 1.

*¡Quédate en casa y prepárate para las Olimpiadas!*

#### Estimados entrenadores:

La “Maratón Olímpica” hace parte del material de apoyo que ofrece el Equipo de Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS, con el fin de promover la preparación de los estudiantes en la resolución de problemas olímpicos. Sugerimos que difundan este material con sus colegas y estudiantes, a través de las diferentes plataformas digitales o cualquier otro medio que ustedes consideren conveniente. Así mismo, recomendamos incentivar a sus estudiantes en la resolución de estos problemas y la socialización de sus soluciones, promoviendo la creatividad y la búsqueda de métodos alternativos de solución que se destaquen por su sencillez, ingenio y belleza matemática. *Se recomienda que los niños estén acompañados de sus padres o de una persona que pueda orientarlos en la lectura y comprensión de las instrucciones de este taller.*

#### Apreciado estudiante:

A continuación encontrará un breve resumen de la teoría necesaria para resolver este reto, algunos ejemplos y los problemas propuestos para el nivel Avanzado. Tenga en cuenta que estos problemas están dirigidos, principalmente, a estudiantes de grado quinto. A quienes estén iniciando su preparación, sugerimos que intenten resolver los problemas de niveles anteriores. También los invitamos a que compartan sus soluciones a través de las redes sociales o con sus compañeros y profesores, con el fin de buscar las soluciones más creativas, sencillas e ingeniosas y si lo desean también las pueden compartir en nuestra página de facebook: Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

## DIVISIBILIDAD

### Divisibilidad

Diremos que un número  $a$  es **divisible** por  $b$ , si cuando hacemos la división de  $a$  entre  $b$  el residuo es **0**. En este caso también se dice que  $a$  es **múltiplo** de  $b$ .

#### Ejemplo 1.

- 12 es **divisible** entre 4, ya que

$$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \text{Residuo } 0 & 4 \end{array}$$

- 13 no es divisible entre 4, puesto que

$$\begin{array}{r|l} 13 & 4 \\ \text{Residuo } 1 & 3 \end{array}$$

Note que  $12 = 4 \times 3$ , por esto también decimos que 12 es **múltiplo** de 4.



#### Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co  
Tel.: 6344000 ext. 2316; 6450301.

Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.



En ocasiones, para saber si un número es divisible entre otro, hacer la división es un poco complicado, nos toma algo de tiempo y hasta podemos llegar a equivocarnos en el proceso. Sin embargo, existen algunos criterios que nos facilitan esta tarea.

### Algunos Criterios de Divisibilidad

- **Criterio de divisibilidad por 2.**  
*Un número es divisible por 2, si y solo si, el dígito de las unidades es un número par.*
- **Criterio de divisibilidad por 3.**  
*Un número es divisible por 3, si y solo si, la suma de todos sus dígitos es un múltiplo de 3.*
- **Criterio de divisibilidad por 4.**  
*Un número es divisible por 4, si y solo si, sus dos últimas cifras forman un múltiplo de 4.*
- **Criterio de divisibilidad por 5.**  
*Un número es divisible por 5, si y solo si, el dígito de las unidades es 0 o 5.*
- **Criterio de divisibilidad por 6.**  
*Un número es divisible por 6, si y solo si, es divisible por 2 y 3 a la vez.*
- **Criterio de divisibilidad por 7.**  
*Un número es divisible por 7, si y solo si, la resta entre el número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades es múltiplo de 7.*
- **Criterio de divisibilidad por 8.**  
*Un número es divisible por 8, si y solo si, sus tres últimas cifras forman un múltiplo de 8.*
- **Criterio de divisibilidad por 9.**  
*Un número es divisible por 9, si y solo si, la suma de todos sus dígitos es un múltiplo de 9.*
- **Criterio de divisibilidad por 10.**  
*Un número es divisible por 10 si y solo si su última cifra es 0.*
- **Criterio de divisibilidad por 11.**  
*Un número es divisible por 11 si y solo si la suma alternada de sus cifras es múltiplo 11.*

### Ejemplo 2.

Analicemos la divisibilidad del número 2020.


- Como la última cifra de 2020 es 0, entonces 2020 es divisible por 2, por 5 y por 10.
- Dado que la suma de las cifras de 2020 es  $2 + 0 + 2 + 0 = 4$ , entonces 2020 no es múltiplo de 3 ni de 9, pues sabemos que 4 no es múltiplo de 3 ni de 9.
- 2020 es múltiplo de 4, pues sus dos últimas cifras forman el número 20 y sabemos que 20 es múltiplo de 4.
- 2020 no es divisible por 6, pues aunque es divisible por 2, NO es divisible por 3.
- Para ver si 2020 es divisible por 7, separamos su última cifra y nos queda 202 y al restar de este nuevo número el doble de la cifra separada obtenemos:  $202 - 2 \times 0 = 202$ , como aún no sabemos si 202 es múltiplo de 7 volvemos a aplicar el criterio del 7 con el número 202: separamos la última cifra y nos queda 20, al restar el doble de la cifra separada al número 20, obtenemos  $20 - 2 \times 2 = 20 - 4 = 16$  y sabemos que el número 16 no es múltiplo de 7, por lo tanto 2020 no es múltiplo de 7.
- 2020 no es divisible por 8, pues el número formado por sus tres últimas cifras es 020 (veinte) y sabemos que 20 no es múltiplo de 8.
- 2020 no es múltiplo de 11, pues la suma alternada de sus cifras es  $+2-0+2-0 = 4$  y 4 no es múltiplo de 11.



#### Informes:

[olimpiadas.matematicas@uis.edu.co](mailto:olimpiadas.matematicas@uis.edu.co)

Tel.: 6344000 ext. 2316; 6450301.

 [Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.](#)



### Ejemplo 3. Aplica los criterios de divisibilidad

Completar la siguiente tabla:

Número	El número es divisible por...									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
9.702										
123.456										
151.875										
13.860										
161.051										
$\underbrace{111\dots1}_{20\text{-unos}}$										

### Ejemplo 4. Aplica lo que has aprendido

**PROBLEMA:** ¿Qué valores puede tener la cifra  $c$  para que el número  $293c$  sea divisible por 3?

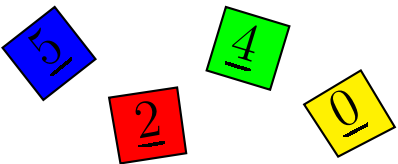
**Solución:** Para que el número  $293c$  sea divisible por 3, la suma de sus cifras que es

$$2 + 9 + 3 + c = 14 + c,$$

debe ser múltiplo de 3. Buscamos en la tabla del 3 los sus múltiplos mayores que 14 y así descubrimos que  $c$  puede ser **1** para que la suma sea 15, o **4** para que la suma sea 18, o **7** para que la suma de 21. Note que como  $c$  es el dígito de las unidades del número  $293c$ , entonces  $c$  no puede tener más de una cifra, por lo tanto las únicas posibilidades para  $c$  son: **1, 4 o 7.**

## EJERCICIOS

- La hermana mayor de Camila tiene 35 años, si la edad de Camila es múltiplo 6, ¿cuál es la mayor edad que puede tener Camila?. ¿Cuál es la edad de Camila?
- El número  $372a$  es múltiplo de 2, 3 y 5 ¿Cuál es el valor de la cifra  $a$ ?
- La clave del celular de Sofía es un número de cuatro cifras. Se sabe que este número tiene 3 unidades de mil y 1 centena. Además es divisible por 2, 3, 4 y 5. ¿Cuántos intentos son suficientes para descubrir la clave del celular de Sofía?
- Fabián ha estado leyendo un libro durante la semana. La cantidad de páginas del libro es menor que 350 y es divisible por los números 2, 5 y 7. ¿Cuál es la mayor cantidad de páginas que puede tener el libro?
- Gabriel está buscando un número natural menor que 50 y múltiplo de 4, tal que al restarle 1 es múltiplo de 3. ¿Cuántos números cumplen esta propiedad?
- Camila quiere abrir una caja fuerte, la clave está formada por 4 dígitos, su hermano le dijo que los tres primeros dígitos forman el número 293 y además le dijo que la clave es divisible por 6. ¿Cuál es la clave de la caja fuerte?
- Entre los primeros 100 números naturales, ¿cuántos son divisibles por 2 y 5 al mismo tiempo?
- Iván tiene cuatro tarjetas como las que se muestran a continuación, y juega a formar números con ellas, usándolas todas o algunas.
 




 De los números que puede formar Iván con sus tarjetas,
  - ¿cuántos tienen tres cifras?
  - ¿cuántos tienen cuatro cifras?
  - ¿cuántos tienen cuatro cifras y son pares?
  - ¿cuántos tienen cuatro cifras y son múltiplos de 4?
- ¿Cuántos números capicúa de 4 cifras son múltiplos de 3?
- ¿Cuál es el menor número natural que es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 simultáneamente?



#### Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316; 6450301.

 Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

