SEGUNDA CAPACITACIÓN

Olimpiadas Regionales de Matemáticas-Primaria

Escuela de Matemáticas
Universidad Industrial de Santander
Grupo Edumat

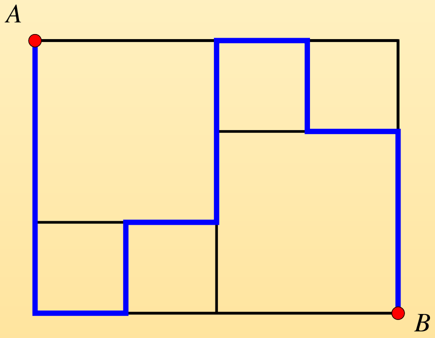
Bucaramanga, agosto 6 de 2022

SCAN ME

Informes:
`olimpiadas.matematicas@uis.edu.co`
Tel.: 6344000 *ext.* 2316; 6450301.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel básico

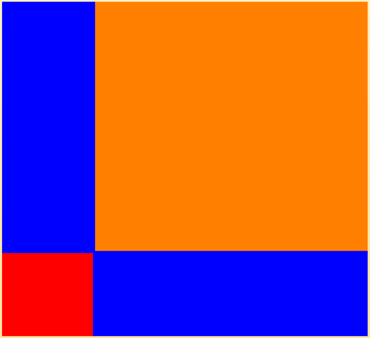
1. La siguiente figura está construida por cuadrados. Una hormiga se mueve desde el punto A hasta el punto B, siguiendo el camino marcado. Si el lado del cuadrado más grande mide 20 cm, ¿cuántos centímetros caminó la hormiga?



La figura está formada por cuadrados y cada lado de los cuadrados más grandes mide $20\,cm$, entonces se puede deducir que el lado de los cuadrados pequeños mide $10\,cm$. Ahora bien, la hormiga recorre 3 veces el lado del cuadrado grande y 7 veces el lado del cuadrado pequeño, de ahí que la hormiga recorrió $3 \times 20 + 7 \times 10 = 130\,cm$ en total.

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel básico

2. La siguiente figura ha sido construida con dos fichas rectangulares iguales, cada una con perímetro 10 cm, y dos fichas cuadradas de diferente tamaño. ¿Cuál es el perímetro de toda la figura?



Los dos cuadrados comparten lados con los rectángulos que son iguales. Note que el contorno de la figura total está conformado por: 4 lados iguales al lado más largo de uno de los rectángulos y 4 lados iguales al lado más corto de uno de los rectángulos. Luego, el perímetro de la figura es el doble del perímetro de un rectángulo, esto es $2 \times 10\, cm = 20\, cm$.

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel básico

3. Sobre el segmento $\overline{AB}$ se marcan los puntos C, D y E, en ese orden, de manera que:
   - (•) la longitud del segmento $\overline{AC}$ es la cuarta parte de la longitud del segmento $\overline{AB}$,
   - (•) la longitud del segmento $\overline{AD}$ es la tercera parte de la longitud del segmento $\overline{AB}$,
   - (•) la longitud del segmento $\overline{CE}$ es la mitad de la longitud del segmento $\overline{AB}$.

Si la longitud del segmento $\overline{AB}$ es $12\,cm$, ¿cuál es la longitud del segmento $\overline{DE}$?

(a) $5\,cm$ (b) $6\,cm$ (c) $4\,cm$ (d) $9\,cm$

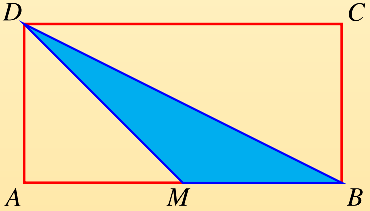
Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel básico

Considere el siguiente bosquejo:

Según el enunciado $AC = \frac{1}{4}AB = 3\,cm$, $AD = \frac{1}{3}AB = 4\,cm$ y $CE = \frac{1}{2}AB = 6\,cm$. Además, en el gráfico se observa que $CD = AD - AC = 4 - 3 = 1\,cm$, luego $DE = CE - CD = 6 - 1 = 5\,cm$.

Otra solución: $DE = AE - AD = (AC + CE) - AD = (3 + 6) - 4 = 5\,cm$.

4. En la siguiente figura el rectángulo $ABCD$ tiene $22\,cm$ de perímetro. Si el lado $\overline{AB}$ mide $8\,cm$ y M es el punto medio de $\overline{AB}$, ¿cuál es el área del triángulo sombreado?

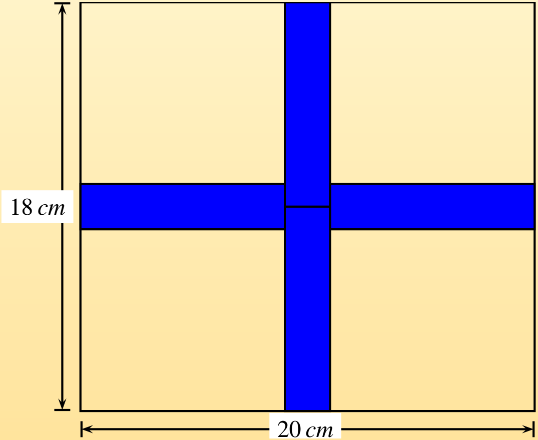


(a) $6\,cm^2$ (b) $8\,cm^2$ (c) $12\,cm^2$ (d) $24\,cm^2$

Dado que $ABCD$ es un rectángulo, entonces $AB = DC$ y $AD = BC$. Teniendo en cuenta que $AB = 8\,cm$ y que el perímetro del rectángulo es $22\,cm$, entonces $AD + BC + 8 + 8 = 22\,cm$, lo cual nos indica que $AD + BC = 6\,cm$, de aquí que $AD = BC = 3\,cm$. Además, como M es el punto medio de $\overline{AB}$, se tiene que $AM = MB = 4\,cm$.
Por último, observe que $\overline{AD}$ es la altura del triángulo sombreado respecto a la base $\overline{MB}$, por lo tanto su área es:

$$\frac{MB \times AD}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6\,cm^2.$$

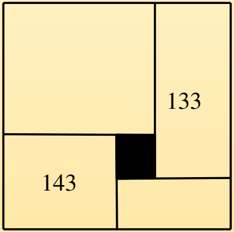
5. En el siguiente rectángulo, los rectángulos sombreados son iguales. Halle el área de la región sombreada.



De la figura se observa que el alto del rectángulo grande mide dos veces el alto de uno sombreado, por lo tanto el alto de cada rectángulo sombreado es $18 \div 2 = 9\ cm$. Por otra parte, en la figura se observa que el ancho del rectángulo grande mide dos veces el alto más una vez el ancho de un rectángulo sombreado. Es decir, el ancho de un rectángulo sombreado mide $20 - 18 = 2\ cm$. Por lo tanto, el área de cada rectángulo sombreado es $9 \times 2 = 18\ cm^2$. Como el área sombreada está formada por cuatro de estos rectángulos, se obtiene que el área sombreada es $4 \times 18 = 72\ cm^2$.

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel medio

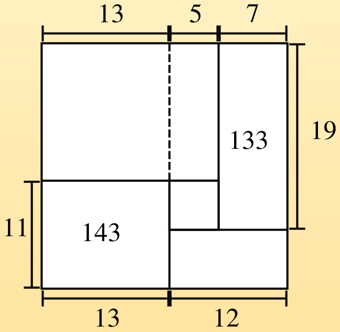
6. Un cuadrado de área 625 cm^2 se cubre con rectángulos cuyas longitudes de los lados, en centímetros, son números enteros mayores que 3, dejando un cuadrado pequeño en el centro, como se muestra en la siguiente figura.



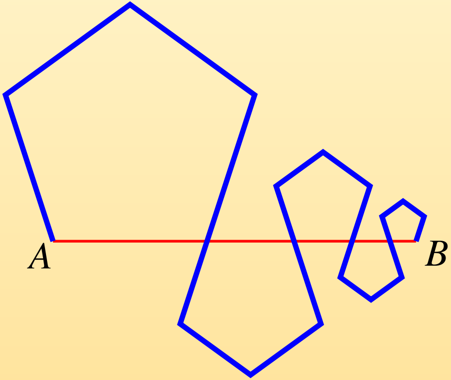
Las áreas de dos de los rectángulos, en centímetros cuadrados, son las que están escritas sobre ellos. Encuentre el área del cuadrado que está en el centro.

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel medio

Dado que el área del cuadrado es $625\,cm^2$, cada lado del cuadrado mide $25\,cm$, además $143 = 11 \times 13$ y $133 = 7 \times 19$, entonces una posibilidad para las longitudes de los lados de los rectángulos es como se muestra en la figura, así; el área del cuadrado encerrado es $5 \times 5 = 25\,cm^2$.



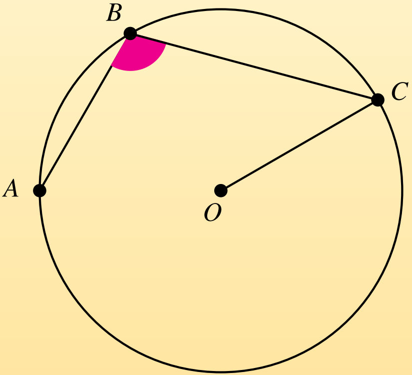
7. Sobre el segmento $\overline{AB}$ se ubican cinco pentágonos regulares como se muestra en la figura. Si la longitud del segmento $\overline{AB}$ es $30\,cm$, ¿cuál es la longitud del camino de color azul?



Observe que en el segmento $\overline{AB}$ se ubica exactamente un lado de cada uno de los cinco pentágonos regulares. Es decir al tomar un lado de cada pentágono y sumar estas longitudes el resultado es $30\, cm$. Ahora, observe que el camino marcado está formado por cuatro lados de cada pentágono regular, de esta forma la suma de las longitudes de los segmentos que forman el camino marcado es $4 \times 30\, cm = 120\, cm$.

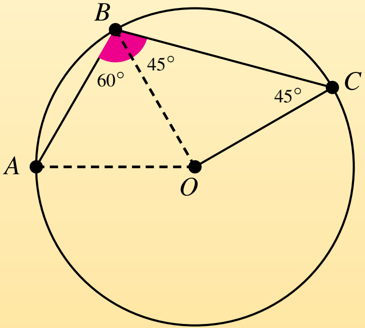
Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel avanzado

8. Hallar la medida del ángulo sombreado en la siguiente figura, sabiendo que O es el centro del círculo, $AB = OC$ y el ángulo BCO mide $45°$.



Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel avanzado

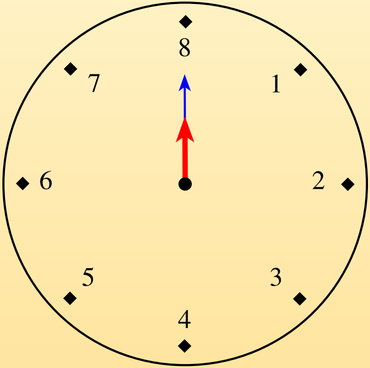
Trazando los radios $\overline{OB}$ y $\overline{OA}$, como se muestra en la figura, se observa que el triángulo ABO es equilátero, por lo tanto el ángulo ABO mide $60°$; y también que el triángulo BOC es isósceles en O, luego $\measuredangle OBC = \measuredangle BCO = 45°$.



Así, tenemos que $\measuredangle ABC = \measuredangle ABO + \measuredangle OBC = 60° + 45° = 105°$.

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel avanzado

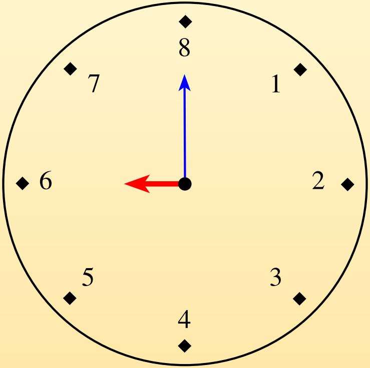
9. Isabella compró un reloj de manecillas muy especial, ya que en lugar de contar hasta 12 horas solo contaba hasta 8, el minutero cambiaba de número cada 5 minutos y el horario cambiaba de número cada vez que el minutero pasaba por el número 8. Cuando Isabella compró el reloj marcaba la hora mostrada en la siguiente figura:



(*a*) Haga un dibujo del reloj de Isabella cuando han pasado 4 horas.
(*b*) Calcule la medida del ángulo menor que forman las mancillas del reloj de Isabella cuando han pasado 4 horas.

(a) Se puede observar que una vuelta completa del minutero en el reloj especial realmente son 40 minutos; por lo tanto, para que el reloj especial marque una hora real, que son 60 minutos, hacen falta 20 minutos y esto corresponde a media vuelta de las manecillas del reloj especial. Así, por cada hora real, el minutero del reloj especial da una vuelta y media.

De modo que en el reloj especial, luego de 4 horas reales, el minutero ha dado exactamente 6 vueltas, y por tanto, el horario se ha movido 6 números, pasando del 8 hasta el 6, como se muestra en la figura:



Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel avanzado

- (b) En la figura del ítem anterior se observa que las manecillas del reloj especial forman un ángulo $90°$ cuando han pasado 4 horas, desde el momento de la compra. En efecto, como la vuelta completa equivale a $360°$, entonces cada vez que el horario del reloj se mueve de un número a otro barre un ángulo de $\dfrac{360°}{8} = 45°$. Además, vimos que después de las 4 horas el minutero está en su posición inicial y el horario se ha movido 6 números, entonces este último a barrido un ángulo de $45° \times 6 = 270°$. Por lo tanto, la medida del ángulo menor que forman las manecillas del reloj en dicho momento es

$$360° - 270° = 90°.$$

GRACIAS!!!

Universidad
Industrial de
Santander