INSTRUCCIONES PARA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel, los niveles son: Nivel Básico (grado 6° y 7°), Nivel Medio (grado 8° y 9°), y Nivel Avanzado (grado 10° y 11°).

2. El examen consta de 6 preguntas tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta escriba el procedimiento que permita resolver el problema, así como su respectiva justificación. Si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.

3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).

4. El examen se calificará de la siguiente manera. Cada respuesta tendrá un valor máximo de 6 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.

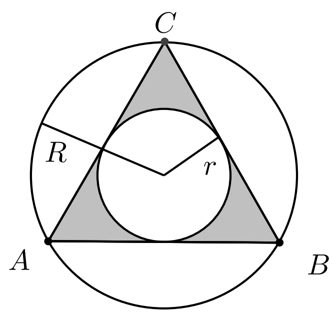
5. El estudiante no esta autorizado para hacer preguntas durante el examen.

6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS y puede conservar este temario, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

PRUEBA FINAL NIVEL AVANZADO

1. ¿Para que valor real $a \in \mathbb{R}$ la suma de los cuadrados de las raíces del polinomio $p(x) = x^2 - a(x-1) + x - 3$ es mínima?

2. En el triángulo equilátero ABC se inscribe una circunferencia de radio r que es tangente a sus lados, y su vez se circumscribe en una circunferencia una de radio R que pasa por sus vértices, como se muestra en la figura. Halle el área de la región sombreada en función de R.



3. A lo largo de una mesa rectangular se ubican k bombillos con su respectivo interruptor numerado con la posición que ocupa de izquierda a derecha. En un grupo de k personas se le asigna a cada una de ellas un número entre 1 y k, de tal forma que no hay dos personas con el mismo número. Ahora, se van escogiendo las personas de forma aleatoria y se les pide que pasen por la mesa oprimiendo los interruptores etiquetados con los números que sean múltiplos del número que les fue asignado. Si todos los bombillos estaban apagados inicialmente.

¿Qué condición debe cumplir el bombillo k para quedar encendido?

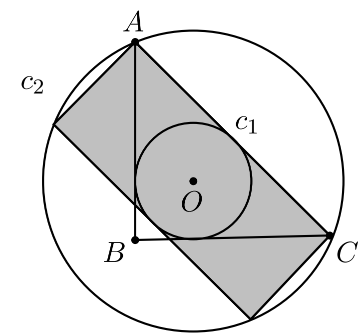
4. Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una función tal que:

a) $f(x) \leq x$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

b) $f(x+y) \leq f(x) + f(y)$ para todo $x, y \in \mathbb{R}$.

Encuentre $f(2013)$.

5. El triángulo ABC es rectángulo e isósceles (rectángulo en B). Se dibuja una circunferencia c_1 con centro en O tangente a los lados del triángulo ABC y una circunferencia c_2 de centro en O que pasa por A y C. Halle el área sombreada si $AB = 2cm$



6. Dados 12 numeros primos diferentes $p_1, p_2, \cdots p_{12}$, consideremos el conjunto $P = \{p_i p_j p_k : \ 1 \leq i < j < k \leq 12\}$. Demuestre que existen, al menos, tres elementos de P cuyas dos últimas cifras coinciden.