



INSTRUCCIONES PARA PRESENTAR LA PRUEBA

Prueba Selectiva Nivel Avanzado

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel, los niveles son:

- Nivel Básico para los grados 6 y 7.
- Nivel Medio para los grados 8 y 9.
- Nivel Avanzado para los grados 10 y 11.

2. El examen consta de 9 preguntas, 6 de selección múltiple y 3 tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta de selección múltiple marque con una x la opción escogida, si aparece más de una marcación en la misma pregunta dicha respuesta se considerará incorrecta. Para contestar una pregunta de tipo ensayo escriba únicamente el procedimiento y la respuesta que usted considere es la del problema, si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.

3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).

4. El examen se calificará de la siguiente manera: Por la presentación del examen: 6 puntos. Por cada respuesta correcta de selección múltiple: 4 puntos, por cada respuesta incorrecta se quita un punto. Cada respuesta de los problemas tipo ensayo tendrá un valor máximo de 6 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.

5. El estudiante no esta autorizado para hacer preguntas durante el examen.

6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS y puede conservar este temario, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.



Universidad Industrial de Santander
<http://matematicas.uis.edu.co/olimpiadas>
olimpiadas@matematicas.uis.edu.co



Síguenos en Facebook:
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS



PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

1. Se establecen las siguientes dos condiciones para números enteros positivos:

a) Son de cuatro dígitos formados con los dígitos del conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4\}$, es decir de la forma $n = P_1P_2P_3P_4$, donde cada $P_i \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ y $P_1 \neq 0$.

b) $|P_i - P_j| < 3 \forall i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$.

La cantidad de números que cumplen con estas condiciones es:

- (a) 270 (b) 297 (c) 184 (d) 307 (e) 165

2. Juan en su clase de dibujo técnico construye una figura utilizando el siguiente método.

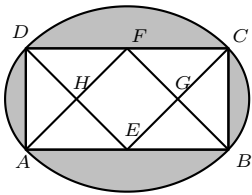
✓ Dibuja el rectángulo $ABCD$, de lados $2a$ y a .

✓ Halla los puntos medios E y F de los lados AB y DC respectivamente.

✓ Traza los segmentos CE , ED , AF y FB .

✓ Halla los puntos de intersección G y H entre los segmentos trazados en el paso anterior.

✓ Finalmente construye los arcos \widehat{BGC} , \widehat{AHD} , \widehat{CED} y \widehat{AFB} .



El área sombreada en términos de a es:

(a) $\frac{5}{4}a^2(\pi - 1)$

(b) $\frac{5}{4}a^2\pi$

(c) $\frac{5}{2}a^2\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$

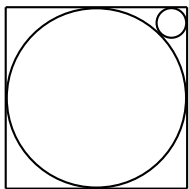
(d) $\frac{5}{2}a^2(\pi - 1)$

(e) $5a^2\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$

3. En una alcancía hay tres monedas de \$100, cuatro de \$200 y cinco de \$500. Se sacan, sin reposiciones, cinco monedas de la alcancía. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los valores de las cinco monedas sacadas sea mayor o igual que \$2000.

- (a) $\frac{21}{792}$ (b) $\frac{91}{792}$ (c) $\frac{36}{792}$ (d) $\frac{61}{792}$ (e) Ninguna de las anteriores.

4. Un círculo con radio 3 cm es inscrito en un cuadrado, como es ilustrado en la figura. ¿Cuál es el valor del radio del círculo que es tangente a dos lados del cuadrado y al círculo inicial?



(a) 3 cm

(b) $\frac{3(\sqrt{2}-1)}{2}$ cm

(c) $\frac{3}{4}$ cm

(d) $3(3 - 2\sqrt{2})$ cm

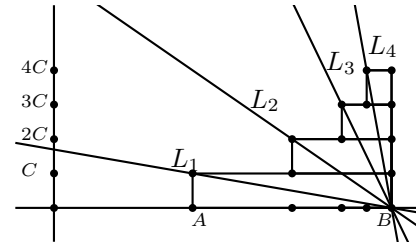
(e) $3(\sqrt{2} - 1)$ cm

5. ¿Cuál es el valor de la siguiente suma?

$$\sum_{k=1}^{2014} \left(\frac{2}{4k^2 - 1} \right) = \frac{2}{3} + \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \dots + \left(\frac{1}{2 \cdot 2014^2 - 1} \right)$$

- (a) $\frac{4028}{4029}$ (b) $\frac{4029}{4027}$ (c) $\frac{4029}{4028}$ (d) $\frac{4028}{4027}$ (e) $\frac{4027}{4029}$

6. Se construyen rectángulos sucesivamente uno encima de otro, de tal forma que la base se va reduciendo a la mitad con respecto al rectángulo inferior y la altura toma un valor $C > 0$. Se construyen las rectas L_i uniendo el vértice $(B, 0)$ con uno de los vértices de cada rectángulo, como se muestra en la siguiente figura.



Sea m_i la pendiente de la recta L_i . Una expresión que permite calcular la suma de las pendientes de las primeras n rectas L_i es:

- (a) $2^{n+1} - 1$ (b) $\frac{(2^{n-1}+1)C}{A-B}$ (c) $\frac{(2^{n-1}(n+1)-1)C}{B-A}$
 (d) $\frac{(2^n(n-1)+1)C}{A-B}$ (e) $2^n(n-1) + 1$

PROBLEMAS TIPO ENSAYO

7. Se dice que una lista de números enteros "se hace la interesante" si cumple las siguientes condiciones:

a) los números en la lista son todos distintos.

b) cualquier pareja de elementos consecutivos tiene al menos dos divisores positivos en común.

c) cualquier pareja de elementos a dos posiciones de distancia, tienen al menos tres divisores positivos en común.

Ejemplo: La lista $A = \{6, 16, 18, 4\}$ "se hace la interesante", pues 6 y 18 tienen por lo menos tres divisores positivos en común (6, 3 y 2), 16 y 4 tienen por lo menos tres divisores positivos en común (1, 2 y 4). Además las parejas de números consecutivos tiene al menos dos divisores positivos en común, pues todos son pares.

Encuentre la lista con mayor cantidad de elementos que "se hace la interesante" cuyos elementos son números entre el 1 y el 20 inclusive.

8. Considere la sucesión de números formados al dividir entre 2 los dos últimos dígitos de las potencias de 2 de exponente positivo. ¿Cuál es el término 2014 de la sucesión?

9. El triángulo ABC tiene inscrita una circunferencia tangente a sus lados. D y E son los puntos de tangencia de la circunferencia con respecto a los lados BC y AB respectivamente y F en punto de intersección de las prolongaciones de los segmentos ED y AC . Si $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm y $AC = 4$ cm, la medida del segmento AF en cm es:

